Introduction aux systèmes de télécommunications

1. Introduction

Un système de télécommunication est utilisé pour transmettre de l'information d'une source d'information au récepteur d'information. On veut transmettre cette information avec haute-fidélité d'une manière efficace. Pour ceci, on utilise des ondes pour représenter l'information et c'est la tâche du récepteur d'identifier et/ou de traiter ces ondes.

Le bruit limite nos capacités de communiquer sans erreurs. Il est causé par le déplacement aléatoire des électrons dans les circuits du récepteur et par l'interférence qui parvient des autres systèmes de télécommunications.

Un système de télécommunication est démontré ci-dessous à la figure 1.1. Le modulateur doit convertir l'information de sa forme actuelle à une forme qui est convenable pour la transmission sur le canal. Durant la conception d'un système de télécommunication, l'ingénieur doit considérer la puissance et la largeur de bande requise par le système, l'effet du bruit sur la fiabilité de réception de l'information reçue et le coût du système.

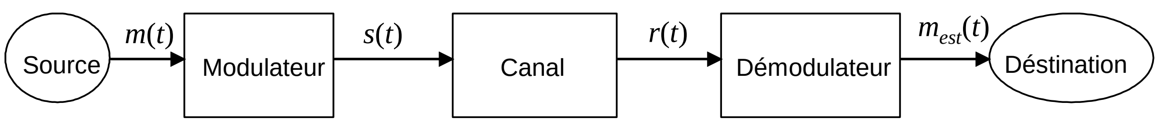

Figure 1.1 : Système de télécommunication

1.1 Communication analogique

La source produit un signal électrique $m(t)$. On dit que $m(t)$ est le message. Le modulateur convertit ce signal en un autre signal, $s(t)$, qui est aussi analogique, c'est-à-dire que $s(t)$ est continu en temps et en amplitude. Au récepteur, le démodulateur doit estimer $m(t)$ du signal reçu, $r(t)$, où $r(t)$ est la sortie du canal. Le signal reçu, $r(t) = \alpha s(t) + n(t)$, où α est le gain du canal et $n(t)$ est le bruit introduit par le canal. Ce signal est aussi analogique. On peut filtrer $r(t)$ pour éliminer le bruit hors de la bande du signal $s(t)$. On utilise ce signal filtré pour estimer $m(t)$. Un exemple d'un système de communication analogique est la modulation d'amplitude (*amplitude modulation* – AM).

1.2 Communication numérique

La source produit de l'information analogique ou numérique. Le modulateur produira un signal numérique $s(t)$, c'est-à-dire que $s(t)$ n'est pas continu en temps et/ou en amplitude. Sur une intervalle de signalisation, le signal $s(t)$ est une onde qui vient d'un jeu d'ondes valides. À chaque nouvel intervalle de signalisation, l'onde portée par $s(t)$ peut être changée pour une autre onde du jeu. À partir de $r(t)$, le récepteur peut maintenant estimer $s(t)$ avant d'utiliser cette estimation de $s(t)$ pour déterminer $m(t)$. C'est la raison pour laquelle les systèmes de communications numériques ont une meilleure fidélité que les systèmes de communications analogiques.

Un signal analogique est comparé à un signal numérique en présence du bruit à la figure 1.2. Le signal analogique avec bruit ajouté est aussi un signal analogique. En sachant la largeur de bande du signal, on peut filtrer le bruit hors de la bande, mais le signal à la sortie du filtre n'est pas tout à fait le signal original. Le signal numérique est un signal binaire où l'amplitude ne peut avoir que les valeurs ±1. Chaque discontinuité en temps du signal reçu nous indique la fin d'un intervalle de signalisation. La valeur sur un intervalle de signalisation du signal transmis peut être estimer du signal reçu parce que nous savons que la valeur du signal transmis ne peut rien être que ±1, et nous savons aussi que sa valeur doit rester constante jusqu'à la fin de l'intervalle de signalisation. Donc l'estimé du signal transmis à partir du signal reçu en Figure 1.2 est parfaite.

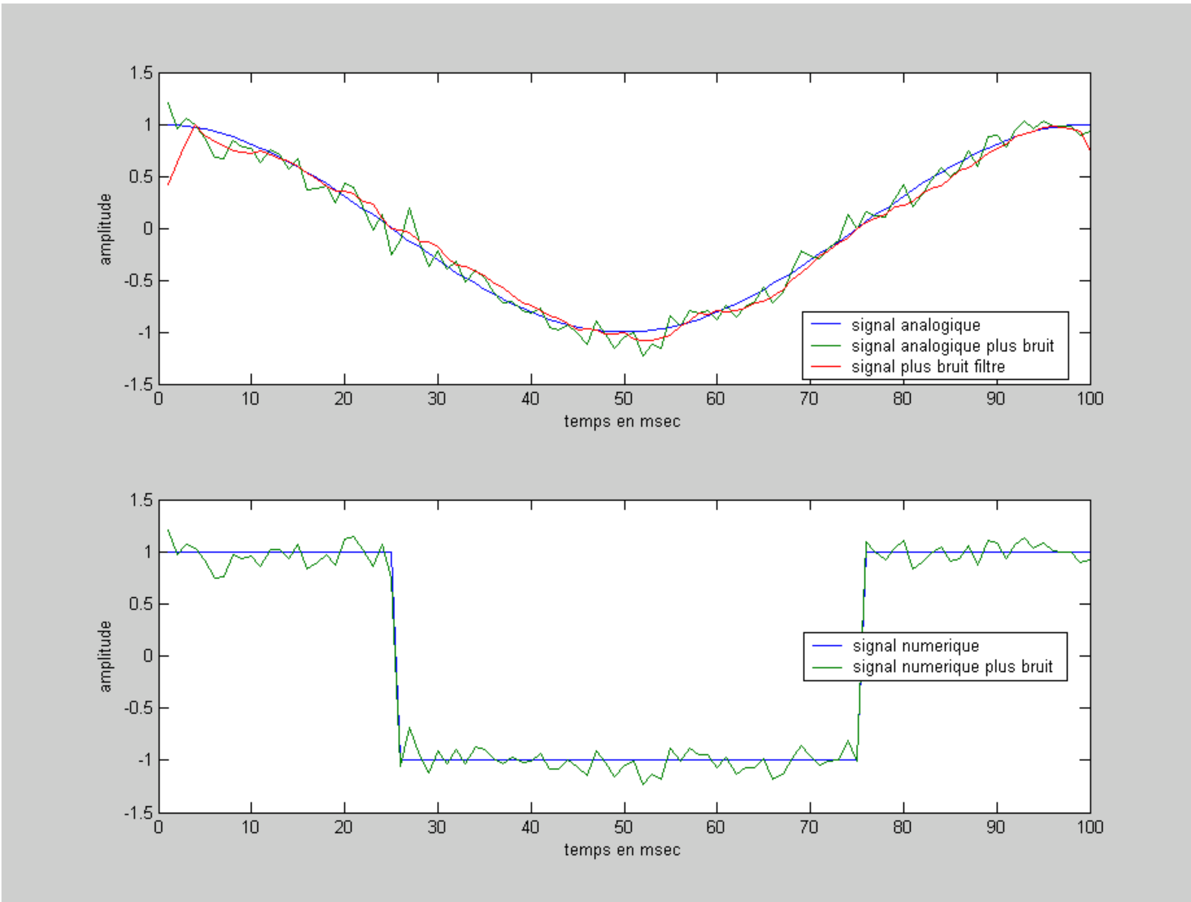

Figure 1.2 : Communication analogique et numérique en présence du bruit.

1.3 Organisation du cours

Ce cours est organisé de la manière suivante :

Au chapitre 2, nous ferons une révision des systèmes linéaires invariants en temps (*linear time invariant* – LTI). Au chapitre 3, nous discuterons de la représentation des signaux en domaine fréquentielle : la série de Fourier, la transformée de Fourier, les systèmes linéaires, le spectre de puissance et le théorème d'échantillonnage. Au chapitre 4, nous verrons les méthodes de modulation analogiques : la modulation en amplitude (AM), la modulation en fréquence (FM) etc. Au chapitre 5, nous introduirons les méthodes de modulations numériques en bande basse : Modulation d'impulsions d'amplitude (PAM), modulation par impulsions codées (PCM) etc. Aussi, nous verrons les critères de Nyquist, la quantification et le bruit de quantification. Au chapitre 6, nous entamerons la théorie d'information et les codes correcteurs d'erreurs.

2 Révision des Signaux et Systèmes

La théorie reliée aux systèmes de communications est fortement basée sur les principes des signaux et systèmes. Avant de procéder à la théorie des systèmes de télécommunications, il faut introduire le lecteur aux notations que nous allons utiliser dans ce cours ainsi que lui faire souvenir de certains aspects des signaux et systèmes.

2.1 Signaux Utiles

Il y a plusieurs signaux que nous allons voir dans ce cours, et que nous allons utiliser souvent dans ce cours. Ces signaux sont décrits comme tels.

1) **L'impulsion $\delta(t)$**

L'impulsion $\delta(t) = 0$ pour $t \neq 0$, mais $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)dt = 1$. Autrement dit, la fonction est non zéro à $t = 0$. Sa hauteur à $t = 0$ est infinie mais sa durée à $t = 0$ est infinitésimale. L'impulsion est représentée graphiquement à la figure 2.1.

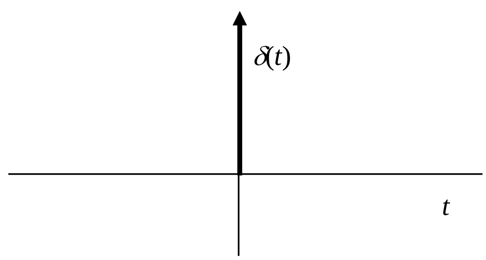

Figure 2.1 : L'impulsion.

Propriétés de l'impulsion

L'impulsion est 0 pour $t \neq 0$, et l'intégral de l'impulsion est 1 si les limites d'intégration contiennent $t = 0$. Donc nous voyons que :

$$x(t)\delta(t) = x(0)\delta(t) \tag{2.1}$$

$$x(t)\delta(t-\tau) = x(\tau)\delta(t-\tau) \tag{2.2}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(t)\delta(t-\tau)dt = x(\tau) \tag{2.3}$$

$$\int_{-\infty}^{t} \delta(\lambda)d\lambda = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases} \tag{2.4}$$

2) **L'échelon $u(t)$**

L'échelon est utilisé pour décrire la commutation. Pour $t < 0$, le commutateur est ouvert et il n'y a pas de courant dans un circuit. À $t = 0$, le commutateur est fermé et ceci permet un courant de circuler dans le circuit. Donc pour $t < 0$, $u(t) = 0$ et pour $t > 0$, $u(t) = 1$. Donc :

$$u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases} = \int_{-\infty}^{t} \delta(\lambda)d\lambda \tag{2.5}$$

Il y a une discontinuité à $t = 0$. Soit que $u(0)$ n'est pas défini où $u(0) = ½$ qui est la valeur moyenne de $u(t)$ à la discontinuité.

L'échelon est démontré à la figure 2.2.

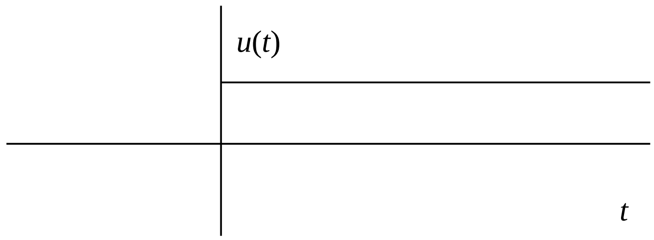

Figure 2.2 L'échelon.

3) L'impulsion rectangulaire Π(*t*)

L'impulsion rectangulaire est utilisée dans l'analyse des communications numériques et dans les applications de filtrage. Nous exprimons l'impulsion rectangulaire par l'expression suivante :

$$\Pi(t) = \begin{cases} 1 & -\frac{1}{2}<t<\frac{1}{2} \\ 0 & \text{autrement} \end{cases} \tag{2.6}$$

On peut également décrire Π(*t*) par l'expression Π(*t*) = *u*(*t*+1/2)-*u*(*t*-1/2).

Graphiquement, l'impulsion rectangulaire est démontrée à la Figure 2.3.

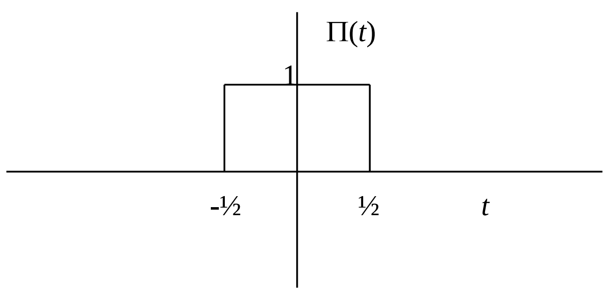

Figure 2.3 : L'impulsion rectangulaire.

4) L'impulsion triangulaire Λ(*t*)

L'impulsion triangulaire est utile pour les fonctions d'autocorrelations des signaux numériques. À partir de cette fonction, nous pouvons trouver la densité spectrale du signal. L'impulsion triangulaire est représentée par l'expression suivante :

$$\Lambda(t) = \begin{cases} 1-|t| & -1 < t < 1 \\ 0 & \text{autrement} \end{cases} \tag{2.7}$$

Cette impulsion est démontrée à la Figure 2.4.

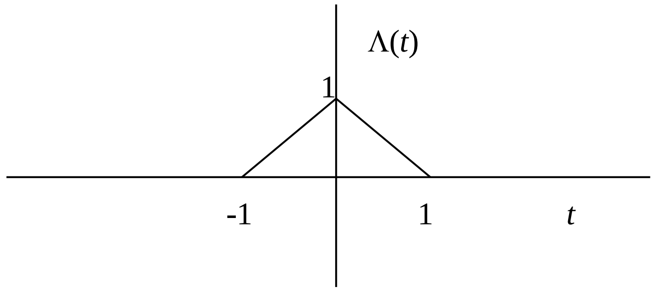

Figure 2.4 : L'impulsion triangulaire.

5) L'impulsion sinus cardinal (sinc)

L'impulsion sinc(t) est donnée par :

$$\mathrm{sinc}(t) = \frac{\sin(\pi t)}{\pi t} \tag{2.8}$$

Elle est démontrée à la figure 2.5.

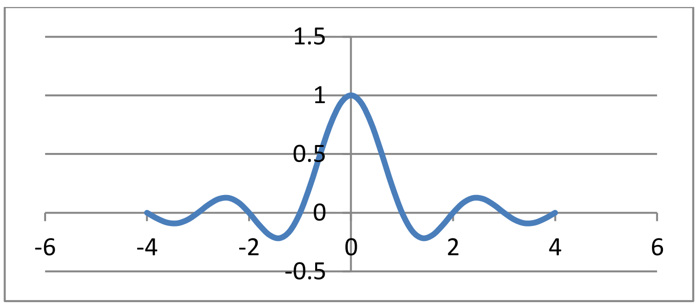

Figure 2.5 : Sinus Cardinal.

6) L'impulsion sinus cardinal au carré

L'impulsion sinc^2(t) est donnée par :

$$sinc^2(t) = \frac{\sin^2(\pi t)}{(\pi t)^2} \tag{2.8}$$

Elle est démontrée à la figure 2.6.

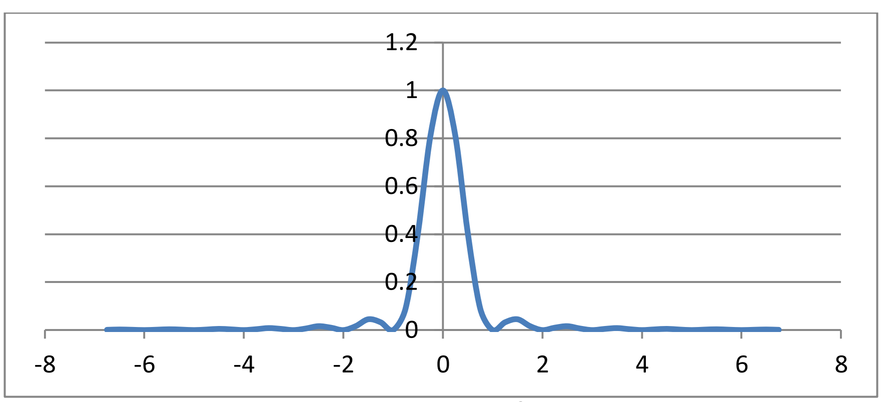

Figure 2.6 : sinc^2(t).

2.2 La convolution

La convolution est une opération que nous utilisons souvent dans l'analyse des systèmes de télécommunications. Supposons que nous avons deux fonctions, $x(t)$ et $y(t)$. La convolution de ces fonctions $x(t)*y(t)$ est donné par l'expression suivante :

$$x(t) * y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\lambda)y(t-\lambda)d\lambda = \int_{-\infty}^{\infty} y(\lambda)x(t-\lambda)d\lambda = y(t) * x(t) \qquad (2.9)$$

Exercise 2.1

Démontrer que x(t)*y(t) = y(t)*x(t). (2.10)

Exercise 2.2

Démontrer que x(t)*(y(t)+z(t)) = x(t)*y(t) + x(t)*z(t) (2.11)

Exemple 2.1

Faites la convolution $\Pi(t)*\Pi(t)$.

Nous voyons $\Pi(\lambda)$ et $\Pi(t\text{-}\lambda)$ sur l'échelle λ à la Figure 2.7. Nous voyons que la multiplication $\Pi(\lambda)\Pi(t\text{-}\lambda)$ dépend de la valeur de λ.

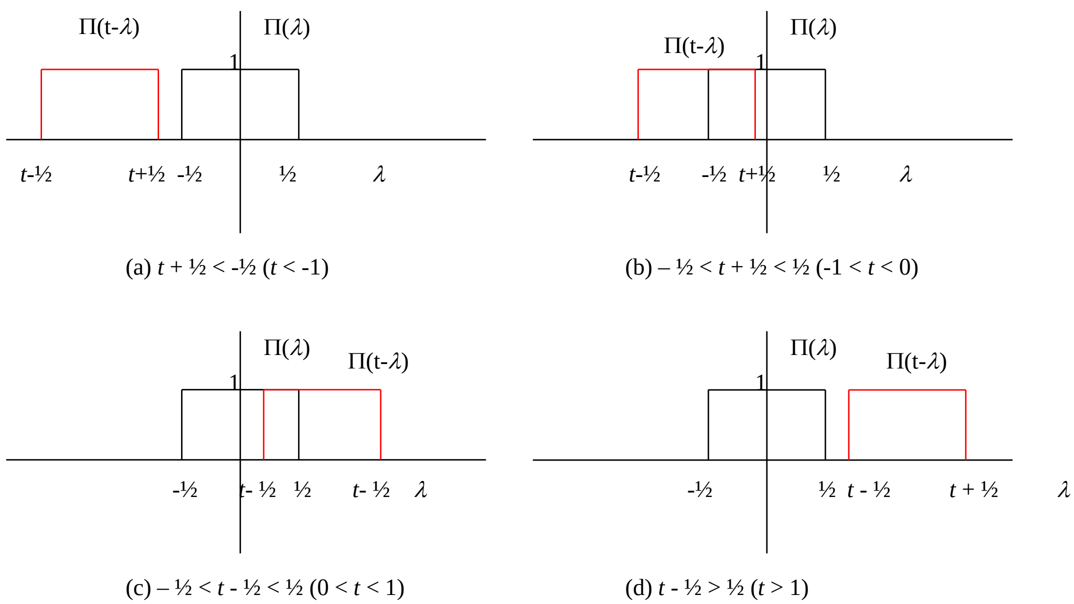

Figure 2.7 : $\Pi(\lambda)\Pi(t\text{-}\lambda)$ pour (a) $t \le -1$, (b) $-1 \le t \le 0$, (c) $0 \le t \le 1$, (d) $t \ge 1$.

Pour $t < -1$ et $t > 1$, $\Pi(\lambda)\Pi(t\text{-}\lambda) = 0$ pour toutes valeurs de λ. Donc pour $t < -1$ et $t > 1$:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Pi(\lambda)\Pi(t-\lambda)d\lambda = 0$$

Pour $-1 < t < 0$, $\Pi(\lambda)\Pi(t\text{-}\lambda) = 1$ pour $-1/2 < \lambda < t+1/2$ et $\Pi(\lambda)\Pi(t\text{-}\lambda) = 0$ autrement. Donc

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Pi(\lambda)\Pi(t-\lambda)d\lambda = \int_{-1/2}^{t+1/2} d\lambda = \lambda|_{-1/2}^{t+1/2} = 1+t.$$

Similairement, pour 0 < t < 1, $\Pi(\lambda)\Pi(t\text{-}\lambda) = 1$ pour $t\text{-}1/2 < \lambda < 1/2$ et $\Pi(\lambda)\Pi(t\text{-}\lambda) = 0$ autrement. Donc

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Pi(\lambda)\Pi(t-\lambda)d\lambda = \int_{t-1/2}^{1/2} d\lambda = \lambda|_{t-1/2}^{1/2} = 1-t.$$

Alors $\Pi(t)*\Pi(t)$ est donné par:

$$\Pi(t)*\Pi(t) = \begin{cases} 0 & t<-1 \\ 1+t & -1<t<0 \\ 1-t & 0<t<1 \\ 0 & t>1 \end{cases} = \begin{cases} 1-|t| & -1<t<1 \\ 0 & \text{autrement} \end{cases} = \Lambda(t) \qquad (2.12)$$

2.3 Linéarité

Un système électrique reçoit un signal d'entrée, $x(t)$, pour ensuite sortir un signal $y(t)$. La sortie $y(t)$ est une fonction de l'entrée $x(t)$. Nous pouvons exprimer $y(t)$ par :

$$y(t) = H(x(t)) \qquad (2.13)$$

où H( ) est une opération sur l'entrée $x(t)$.

On dit que le système est linéaire si pour une entrée $x_3(t) = \alpha x_1(t)+\beta x_2(t)$, la sortie $y_3(t)$ est :

$$\begin{aligned} y_3(t) &= H\big(x_3(t)\big) \\ &= H(\alpha x_1(t)+\beta x_2(t)) \\ &= \alpha H\big(x_1(t)\big)+\beta H(x_2(t)) \\ &= \alpha y_1(t)+\beta y_2(t) \end{aligned} \qquad (2.14)$$

où $y_1(t) = H(x_1(t))$ et $y_2(t) = H(x_2(t))$. Si (2.14) est faux, le système n'est pas linéaire.

Exemple 2.2

Considérez un système où la sortie est reliée à l'entrée par la fonction suivante : $y(t) = x^2(t)$. Pour l'entrée $x_1(t)$, la sortie est $y_1(t) = x_1^2(t)$ et pour l'entrée $x_2(t)$, la sortie est $y_2(t) = x_2^2(t)$. Pour l'entrée $x_3(t) = \alpha x_1(t) + \beta x_2(t)$, la sortie est $y_3(t) = x_3^2(t) = (\alpha x_1(t) + \beta x_2(t))^2 = \alpha^2 x_1^2(t) + 2\alpha\beta x_1(t)x_2(t) + \beta^2 x_2^2(t)$. Pour que le système soit linéaire, $y_3(t)$ doit être égal à $\alpha y_1(t) + \beta y_2(t) = \alpha x_1^2(t) + \beta\, x_2^2(t) \neq y_3(t)$; donc le système n'est pas linéaire.

Exemple 2.3

La sortie d'un système est $y(t) = tx(t)$. Pour $x_3(t) = \alpha x_1(t) + \beta x_2(t)$, la sortie est, $y_3(t) = t(\alpha x_1(t) + \beta x_2(t)) = \alpha(tx_1(t)) + \beta(tx_2(t)) = \alpha y_1(t) + \beta y_2(t)$. Le système est donc linéaire.
